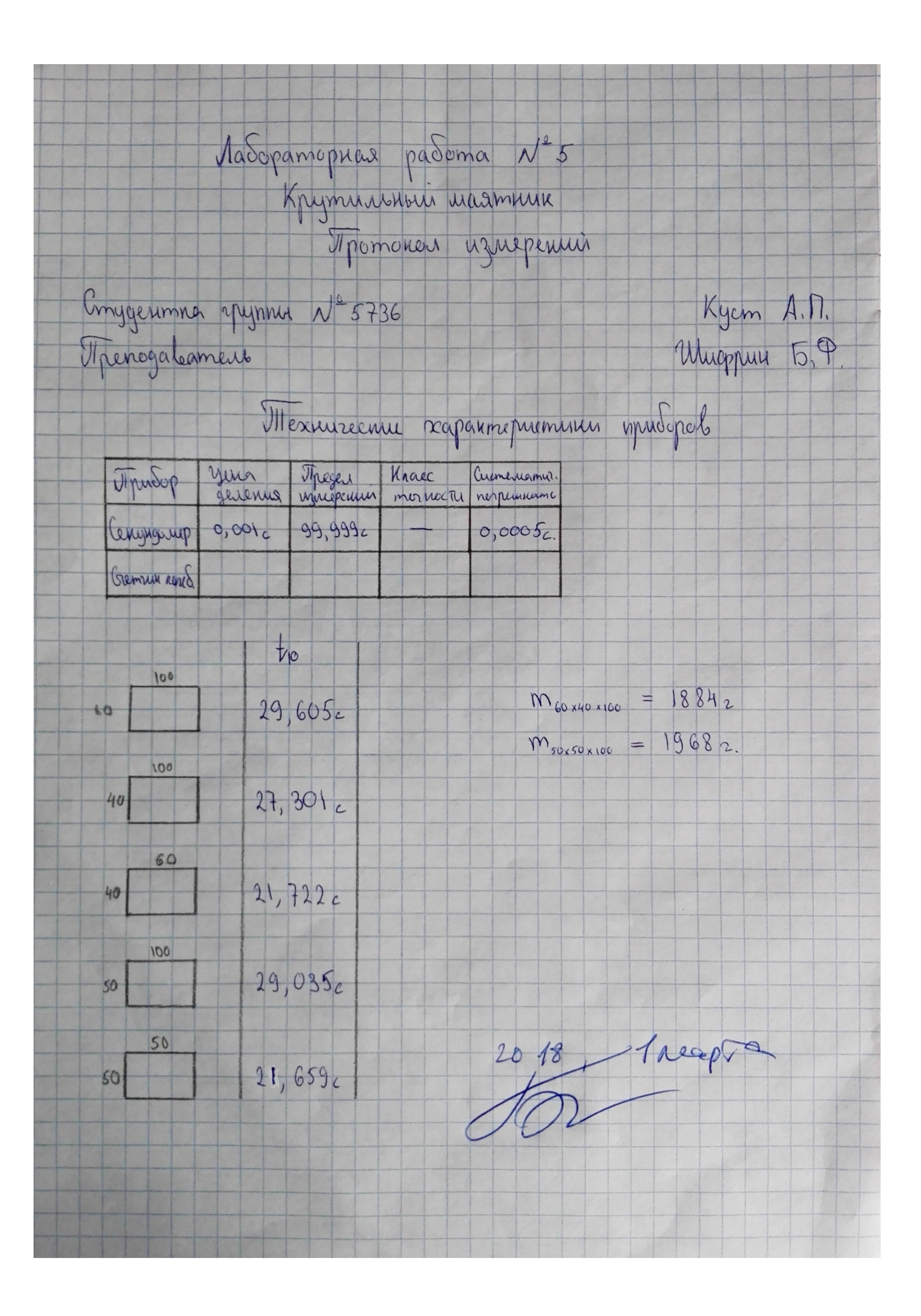


Лабораторная работа № 5

Крутильный маятник

Протокол измерений

Студента группы № 5736 — Куст А.П.

Преподаватель — Шифрин Б.Ф.

Технические характеристики приборов

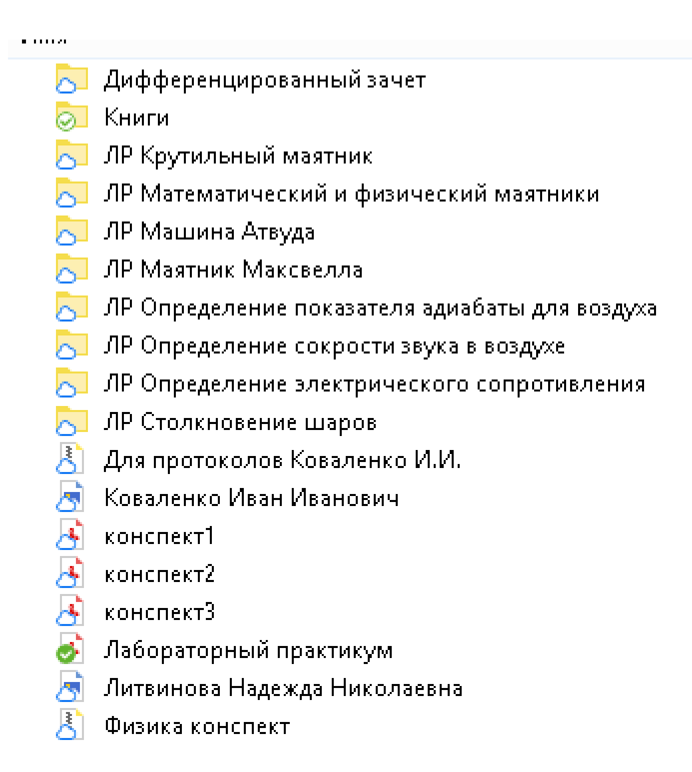
Прибор	Цена деления	Предел измерения	Класс точности	Систематич. погрешность
Секундомер	0,001 с	99,999 с	—	0,0005 с.
Счетчик колеб.				

Брусок (размеры)	t_{10}
60 × 100	29,605 с
40 × 100	27,301 с
40 × 60	21,722 с
50 × 100	29,035 с
50 × 50	21,659 с

$m_{60 \times 40 \times 100} = 1884$ г

$m_{50 \times 50 \times 100} = 1968$ г.

2018, 1 марта



СКАЧАТЬ https://yadi.sk/d/RqO8HPxTfh0z_w
СКАЧАТЬ https://archive.org/details/@guap4736_vkclub152685050



vk.com/club152685050

vk.com/id446425943

1. Цель работы:

Определение моментов инерции тел сложной формы.

2. Описание лабораторной установки.

На основании закреплена стойка с тремя кронштейнами. Между кронштейнами натягивается стальная проволока к которой крепится рамка, в которой могут быть закреплены грузы разной формы. На кронштейне крепятся электромагнит, удерживающий рамку в начальном положении, угловая шкала и фотодатчик, фиксирующий прохождение маятником положения равновесия. Электрический сигнал с фотодатчика поступает на миллисекундомер и счетчик колебаний, расположенные в измерительном блоке на основании прибора.

3. Рабочие формулы

Вычисление периода : $T = \frac{t}{N}$, (3.1)

момент инерции тела : $I = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$, (3.2)

модуль кручения проволоки : $C = 4\pi^2 tg\alpha$, (3.3)

систематическая погрешность : $\Theta_{T^2} = 2T\Theta_T$, (3.4)

момент инерции : $I = \frac{C}{4\pi^2} \cdot T^2 - I_0$. (3.5)

4. Результаты измерений и вычислений

Таблица 4.1.

Вес груза	Положение груза, мм	Время, с	Период, с	T^2, c^2
1884г	100 × 60	29,605	2,96	8,76
	100 × 40	27,301	2,73	7,45
	60 × 40	21,722	2,17	4,70
1968г.	100 × 50	29,035	2,90	8,41
	50 × 50	21,659	2,16	4,66

N = 10 – число колебаний

5. Примеры вычислений

По формуле (3.1) : $T = \frac{t}{N} = \frac{29,605}{10} \approx 2,96 (c)$;

По формуле (3.2) : $I_{100\times60} = \frac{1}{12} \cdot 1,884 \cdot (0,1^2 + 0,06^2) = 0,002135 \approx 21,4 \cdot 10^{-4}$ $(кг \cdot м^2)$,

$I_{100 \times 40} = \frac{1}{12} \cdot 1{,}884 \cdot (0{,}1^2 + 0{,}04^2) = 0{,}00182 \approx 18{,}2 \cdot 10^{-4}$ (кг · м²),

$I_{60 \times 40} = \frac{1}{12} \cdot 1{,}884 \cdot (0{,}04^2 + 0{,}06^2) = 0{,}000816 \approx 8{,}2 \cdot 10^{-4}$ (кг · м²),

$I_{100 \times 50} = \frac{1}{12} \cdot 1{,}968 \cdot (0{,}1^2 + 0{,}05^2) = 0{,}00205 = 20{,}5 \cdot 10^{-4}$ (кг · м²),

$I_{50 \times 50} = \frac{1}{12} \cdot 1{,}968 \cdot (0{,}05^2 + 0{,}05^2) = 0{,}00082 = 8{,}2 \cdot 10^{-4}$ (кг · м²);

По формуле (3.3): $C = 4\pi^2 tg\alpha = 4 \cdot 9{,}87 \cdot 3{,}27 \cdot 10^{-4} = 1{,}29 \cdot 10^{-2}$

По формуле (3.4): $\Theta_{T^2} = 2T\Theta_T = 2 \cdot 2{,}96 \cdot 0{,}0005 = 29{,}6 \cdot 10^{-4}$ (с²)

По формуле (3.5):

$$I_{100 \times 60} = \frac{1{,}29 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 9{,}87} \cdot 8{,}76 - 7 \cdot 10^{-4} \approx 21{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ (кг·м}^2\text{)}$$

$$I_{100 \times 40} = \frac{1{,}29 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 9{,}87} \cdot 7{,}45 - 7 \cdot 10^{-4} \approx 17{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ (кг·м}^2\text{)}$$

$$I_{60 \times 40} = \frac{1{,}29 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 9{,}87} \cdot 4{,}7 - 7 \cdot 10^{-4} \approx 8{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ (кг·м}^2\text{)}$$

$$I_{100 \times 50} = \frac{1{,}29 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 9{,}87} \cdot 8{,}41 - 7 \cdot 10^{-4} \approx 20{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ (кг·м}^2\text{)}$$

$$I_{50 \times 50} = \frac{1{,}29 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 9{,}87} \cdot 4{,}66 - 7 \cdot 10^{-4} \approx 8{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ (кг·м}^2\text{)}$$

6. Вывод:

В результате вычислений видим, что значения, полученные теоретически и практически очень близки, т.е. сходятся с небольшими отклонениями, следовательно, при проведении опыта грубых ошибок нет.

Значения момента инерции подвески I_0 и модуля кручения проволоки C получила из градуировочного графика (Рисунок 1)

Согласно графику $I_0 = 7 \cdot 10^{-4}$ (кг · м²)

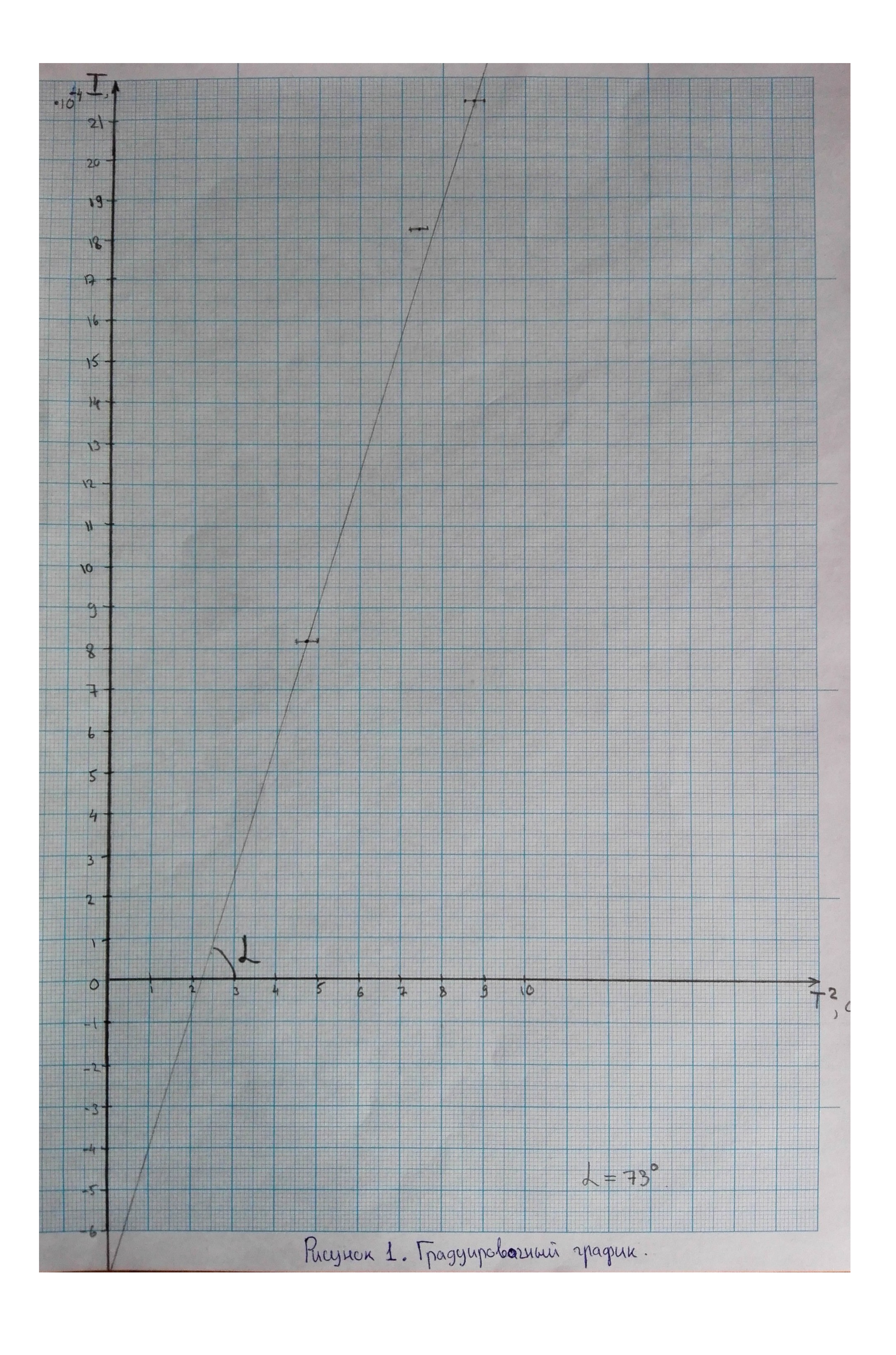


Рисунок 1. Градуировочный график.

Лабораторная работа № 5

КРУТИЛЬНЫЙ МАЯТНИК

Цель работы: определение моментов инерции тел сложной формы.

Теоретические сведения

Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твердого тела записывается в виде

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}. \tag{5.1}$$

В этом выражении M – равнодействующий момент внешних сил, приложенных к телу, I – момент инерции этого тела, ε – его угловое ускорение. Если к телу приложен момент только одной внешней силы, уравнение (5.1) можно переписать в скалярной форме, поскольку равенство двух векторов возможно лишь при равенстве их длин:

$$I\varepsilon = M. \tag{5.2}$$

В дальнейшем рассмотрим именно такой случай; исследуемое тело закрепим на упругой проволоке, натянутой вертикально. При повороте тела – маятника на некоторый угол β возникает момент упругих сил M, стремящийся вернуть его в положение равновесия:

$$M = -C\beta. \tag{5.3}$$

Знак минус показывает, что момент сил кручения проволоки стремится вернуть маятник в положение равновесия. Коэффициент пропорциональности C в этом выражении называется *модулем кручения проволоки*. Учитывая, что угловое ускорение есть вторая производная от угла поворота по времени – $\varepsilon = d^2\beta \big/ dt^2$, основное уравнение динамики вращательного движения переписывается в виде

$$\frac{d^2\beta(t)}{dt^2} + \frac{C}{I}\cdot\beta(t) = 0. \tag{5.4}$$

Получилось дифференциальное уравнение, связывающее угол отклонения маятника, как функцию времени, со второй произ-

водной этой функции по времени. Это уравнение аналогично дифференциальному уравнению гармонических колебаний пружинного маятника

$$x''(t) + \omega^2 x(t) = 0 \tag{5.5}$$

с циклической частотой $\omega = \sqrt{C/I}$. (5.6)

Следовательно, тело будет совершать гармонические колебания

$$\beta(t) = \beta_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_0\right) \tag{5.7}$$

с периодом $T = 2\pi\sqrt{I/C}$. (5.8)

Уравнение (5.7) содержит две константы – амплитуду β_m и начальную фазу φ_0, которые определяются из начальных условий.

Если период крутильных колебаний известен, то с его помощью можно найти момент инерции тела:

$$I = \frac{C}{4\pi^2} T^2. \tag{5.9}$$

Именно таким образом определяются моменты инерции твердых тел в настоящей работе. Поскольку исследуемое тело закреплено на подвеске, в левой части этого уравнения величину I нужно заменить суммой моментов инерции тела I и подвески I_0. В итоге получаем:

$$I = \frac{C}{4\pi^2} \cdot T^2 - I_0. \tag{5.10}$$

Для того, чтобы воспользоваться этой формулой, нужно знать значения двух констант: момента инерции подвески I_o и модуля кручения проволоки C. Эти значения можно определить, измерив периоды крутильных колебаний нескольких тел с известными моментами инерции, отложив эти данные на графике I от T^2, и проведя через них прямую линию, как это показано на рис. 5.1.

График, построенный по набору экспериментальных точек, называется градуировочным. В нашем случае он представляет собой прямую линию с угловым коэффициентом $\mathrm{tg}\alpha = C/(4\pi^2)$ отсекающую на вертикальной оси отрезок – I_0. Именно так графически находится эта величина. Найдя экспериментально угловой коэффициент градуировочной прямой $k = \mathrm{tg}\alpha$, можно найти модуль кручения проволоки

$$C = 4\pi^2 \mathrm{tg}\alpha. \tag{5.11}$$

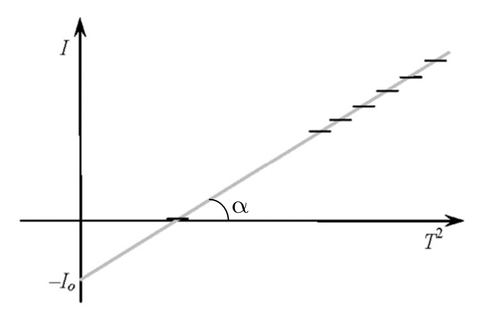


Рис. 5.1. Градуировочный график

Теперь, когда оба параметра уравнения (5.10) найдены, и градуировочный график построен, момент инерции любого твердого тела, закрепленного в подвеске, может быть легко вычислен или найден графически по измеренному периоду крутильных колебаний.

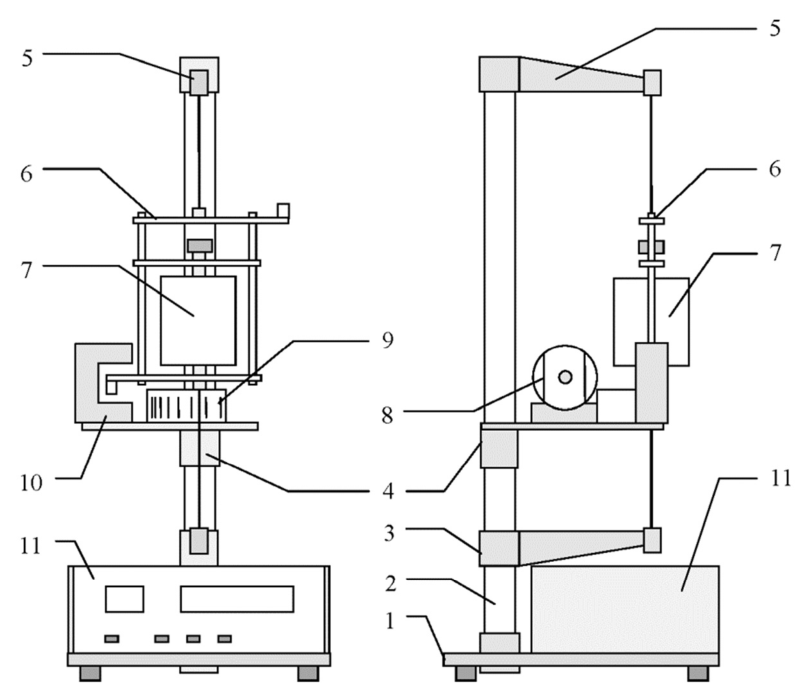


Рис. 5.2. Внешний вид лабораторной установки

Лабораторная установка

Внешний вид установки приведен на рис. 5.2. На основании 1 закреплена стойка 2 с тремя кронштейнами 3, 4 и 5. Между кронштейнами 3 и 5 натягивается стальная проволока к которой крепится рамка 6, в которой могут быть закреплены грузы разной формы 7. На кронштейне 4 крепятся электромагнит 8, удерживающий рамку в начальном положении, угловая шкала 9 и фотодатчик 10, фиксирующий прохождение маятником положения равновесия. Электрический сигнал с фотодатчика поступает на миллисекундомер и счетчик колебаний, расположенные в измерительном блоке 11 на основании прибора 1.

Установка включается нажатием кнопки “Сеть”. Кнопка “Сброс” обнуляет показания секундомера и счетчика колебаний. Кнопка “Пуск” отключает электромагнит. Секундомер и счетчик колебаний запускаются при первом после нажатии кнопки “Пуск” пересечении оси фотодатчика. Выключаются эти приборы нажатием кнопки “Стоп” после окончания очередного колебания.

Задания и порядок их выполнения

До начала измерений следует ознакомиться с установкой, научиться надежно закреплять грузы, чтобы они не проскальзывали в рамке во время колебаний, и правильно измерять период крутильных колебаний. Для измерения периода нужно во время колебаний маятника нажать кнопку “Пуск”, после чего включатся миллисекундомер и счетчик колебаний. Когда на счетчике появится цифра 9, нужно нажать кнопку “Стоп”. В таком случае прибор измерит время 10 полных колебаний и найти их средний период будет очень просто. Описанная процедура позволяет определять период крутильных колебаний с систематической погрешностью $\theta_T = 0{,}0005$ с.

Задание 1. Построение градуировочного графика. Определение модуля кручения проволоки и момента инерции пустой рамки.

Для выполнения этого задания нужно измерить периоды крутильных колебаний рамки с закрепленными в ней телами, моменты инерции которых известны. В качестве таких тел в настоящей работе могут быть использованы параллелепипеды. Моменты инерции этих тел относительно разных осей указаны на рис. 5.3.

Кроме этих тел следует измерить период колебаний пустой рамки, считая, что в ней закреплено тело с моментом инерции, равным нулю.

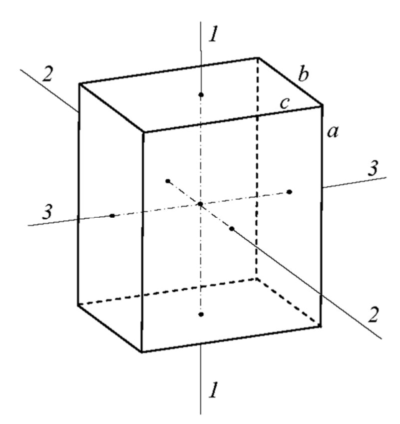


Рис. 5.3. Моменты инерции параллелепипеда

Нужно провести измерения периодов колебаний для разных тел и рассчитать их моменты инерции. Результаты измерений и вычислений нужно отложить на графике I от T^2, как это показано на рис. 5.1. График нужно строить на листе миллиметровой бумаги, форматом А4 или больше.

$$I_1 = \frac{1}{12} m\left(b^2 + c^2\right),\ I_2 = \frac{1}{12} m\left(a^2 + c^2\right),\ I_3 = \frac{1}{12} m\left(a^2 + b^2\right). \quad (5.12)$$

Около каждой точки нужно отложить систематическую погрешность измерения квадрата периода

$$\theta_{T^2} = 2T\theta_T, \quad (5.13)$$

систематическую погрешность моментов инерции, вычисленных по формулам (5.12), учитывать и откладывать на графике не нужно.

Через получившийся набор точек следует провести прямую линию и по ее параметрам найти момент инерции пустой подвески и модуль кручения проволоки. Провести стандартную обработку графика и найти погрешности найденных из этого графика величин. Нужно иметь в виду, что случайные ошибки в этом опыте

связаны, в первую очередь, со слабой зависимостью периода крутильных колебаний от амплитуды. Определять их не имеет смысла.

Задание 2. Определение моментов инерции сложных тел.

По указанию преподавателя это задание может выполняться в одном из перечисленных вариантов:

определение момента инерции тела по градуировочному графику.

вычисление момента инерции тела по теоретической формуле.

В обоих случаях полученные от преподавателя тела следует надежно закрепить в подвеске, измерить периоды их крутильных колебаний и вычислить величины T^2 и θ_{T2} По графику или по формуле (5.10) найти момент инерции тела сложной формы и его систематическую погрешность. Случайную погрешность в данной работе определять не имеет смысла, поэтому, полная погрешность равна систематической.

Телами с неизвестными моментами инерции в этом задании могут быть тела как неправильной, так и правильной геометрической формы. Последние закрепляются в подвеске косо, так чтобы ось вращения проходила через центр тяжести не параллельно ребрам.

Задание 3. Теоретическое вычисление моментов инерции косо подвешенных тел.

Для выполнения этого задания нужно взять параллелепипед, который использовался для построения градуировочной прямой. Его моменты инерции относительно осей, проходящих через центр параллельно ребрам I_1, I_2, I_3 известны. Если же ось вращения проходит через центр тяжести тела и образует с первой ось угол δ_1, со второй δ_2, а с третьей δ_3, то момент инерции этого тела относительно такой оси можно вычислить по формуле

$$I = I_1 \cos^2 \delta_1 + I_2 \cos^2 \delta_2 + I_3 \cos^2 \delta_3. \tag{5.14}$$

По известным длинам ребер нужно вычислить косинусы трех углов, рассчитать момент инерции по этой формуле и сравнить результат с полученным во втором задании.

Контрольные вопросы

1. Как записывается основное уравнение динамики для поступательного и для вращательного движений?

2. Что называется моментом инерции абсолютно твердого тела?

3. Что называется модулем кручения проволоки?

4. Когда возникают незатухающие крутильные колебания?

5. Что называется градуировочным графиком? Как он строится?

6. Почему в настоящей работе градуировочная линия прямая?

7. Как найти неизвестный момент инерции тела по градуировочному графику?

8. По известным длинам ребер вычислите величины $\cos\delta_1$, $\cos\delta_2$ и $\cos\delta_3$, для всех возможных “косых” осей.